

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE TRUJILLO BENEDICTO XVI

SEGUNDA ESPECIALIDAD EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA



MATEMÁTICA REALISTA EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Trabajo académico para obtener el título de SEGUNDA ESPECIALIDAD
EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

AUTOR

Br. José Luis Loyola Malqui

ASESORA

Mg. America Vanesa Velásquez Cueva
<https://orcid.org/0009-0004-1073-6043>

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN

Educación y responsabilidad social

**TRUJILLO – PERÚ
2023**

DECLARATORIA DE ORIGINALIDAD

Señor(a) Decano(a) de la Facultad de Humanidades:

Yo, America Vanesa Velasquez Cueva. con DNI 72746688 asesora del trabajo académico titulado: **Matemática Realista En Estudiantes De Educación Secundaria**, presentado por el aspirante al título de segunda especialidad en Didáctica de la Matemática, presentado por Br. José Luis Loyola Malqui, con DNI N° 20094794, informo lo siguiente:

En cumplimiento de las normas establecidas en el Reglamento de investigación de la Universidad Católica de Trujillo Benedicto XVI, en mi calidad de asesora, me permito conceptuar que **el trabajo académico** reúne los requisitos técnicos, metodológicos y científicos de investigación exigidos por el Programa de Segunda Especialidad

Por lo tanto, el presente trabajo académico está en condiciones para su presentación y su revisión correspondiente.

Trujillo, 05 de enero del 2024



Asesor(a)

AUTORIDADES UNIVERSITARIAS

Exemo Mons. Dr. Héctor Miguel Cabrejos Vidarte, O.F.M.

Arzobispo Metropolitano de Trujillo

Fundador y Gran Canciller de la Universidad

Católica de Trujillo Benedicto XVI

Dra. Mariana Geraldine Silva Balarezo

Rectora de la Universidad Católica de Trujillo Benedicto XVI

Vicerrectora académica

Dr. Héctor Israel Velásquez Cueva

Decano de la Facultad de Humanidades

Dra. Ena Cecilia Obando Peralta

Vicerrector de Investigación (e)

Dra. Teresa Sofía Reategui Marin

Secretaria General

DEDICATORIA

A Dios, por su inconmensurable apoyo divino que alimenta mi espíritu y me brinda la luz del amor y la sabiduría.

DEDICATORIA

A la memoria de mi padre, que me enseñó a cumplir las metas con perseverancia, y a mi madre que con su calculadora experiencia me impulsa a seguir adelante en el difícil trajinar de la vida.

AGRADECIMIENTO

Es de justicia agradecer a toda la comunidad educativa de la Universidad Católica de Trujillo, equipo directivo, profesorado, estudiantes, familias y personal de mantenimiento, por su apoyo y colaboración en este trabajo académico.

A todos los docentes y estudiantes de la comunidad educativa donde laboré, por las enseñanzas experienciales, motivacionales que hicieron posible este estudio.

DECLARATORIA DE AUTENTICIDAD

Yo, José Luis Loyola Malqui con DNI 20094794 egresado de Estudios de Segunda Especialidad, de la Universidad Católica de Trujillo Benedicto XVI, doy fe que he seguido rigurosamente los procedimientos académicos y administrativos emanados por la Facultad de Educación, para la elaboración y sustentación del trabajo académico titulado: “Matemática realista en estudiantes de educación secundaria”, el cual consta de un total de 45 páginas, en las que se incluye 5 figuras, más un total de 2 páginas en anexos.

Dejo constancia de la originalidad y autenticidad de la mencionada investigación y declaro bajo juramento en razón a los requerimientos éticos, que el contenido de dicho documento corresponde a mi autoría respecto a redacción, organización, metodología y diagramación. Asimismo, garantizo que los fundamentos teóricos están respaldados por el referencial bibliográfico, asumiendo un mínimo porcentaje de omisión involuntaria respecto al tratamiento de cita de autores, lo cual es de nuestra entera responsabilidad.

El autor.



DNI: 20094794

INDICE

PORTADA

PÁGINAS PRELIMINARES

- Declaratoria de originalidad ii
- Autoridades universitarias..... iii
- Dedicatoria iv
- Agradecimiento v
- Declaratoria de autenticidad..... vi
- Índicevii

RESUMEN ix

ABSTRACT..... x

I. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN 11

1.1 Realidad problemática y formulación del problema 11

1.2 Formulación de objetivos 12

1.2.1 Objetivo general 12

1.2.2 Objetivos específicos 12

1.3 Justificación de la investigación 13

II. MARCO TEÓRICO 14

2.1 Antecedentes de la investigación 14

2.2 Referencial teórico 26

III. MÉTODOS 36

IV. RESULTADOS 38

4.1 Resultados 38

4.1.1 Análisis descriptivo de la educación matemática realista..... 38

4.1.2 Matematización 39

4.1.3 Los principios fundamentales de la educación matemática realista 40

4.2 Discusión..... 44

V. CONCLUSIONES TEÓRICAS	46
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	48
ANEXOS	57
Anexo 1: Documentos complementarios que permitan mayor comprensión del estudio.	
Anexo 2: Esquemas, tablas, fotos, entre otros.	

RESUMEN

El trabajo académico se encuentra contextualizada dentro del campo pedagógico de la educación, cuyo propósito será describir la enseñanza de la matemática desde el enfoque didáctico de la educación matemática realista basado en la filosofía de Hans Freudenthal. La investigación se enmarcó en la investigación de tipo básica de nivel descriptivo, correspondiendo a un diseño transeccional descriptiva. La muestra estuvo conformada por la educación básica del nivel secundaria, determinado por la técnica de observación sistemática. Se aplicó como instrumentos, el análisis documental y cuestionario para todo el proceso de la investigación, cuyos instrumentos fueron validados y confiabilizados utilizando el estadístico del Alfa de Cronbach. Los resultados confirmaron el conocimiento vasto de la corriente didáctica de la enseñanza matemática realista. El estudio sustentó, entre otras implicaciones, la necesidad de aplicar mejoras en el logro de aprendizajes de los estudiantes del nivel secundaria, implementando una propuesta para repensar la enseñanza de la matemática desde el enfoque didáctico, y benefició de alguna manera al incremento de la producción científica.

Palabra clave. Educación matemática realista.

ABSTRACT

The academic work is contextualized within the pedagogical field of education, whose purpose will be to describe the teaching of mathematics from the didactic approach of realistic mathematical education based on the philosophy of Hans Freudenthal.

The research was framed in basic research at a descriptive level, corresponding to a descriptive transactional design. The sample was made up of basic education at the secondary level, determined by the systematic observation technique. Document analysis and questionnaire were applied as instruments for the entire research process, whose instruments were validated and made reliable using the Cronbach's Alpha statistic. The results confirmed the vast knowledge of the didactic current of realistic mathematics teaching. The study supported, among other implications, the need to apply improvements in the learning achievement of secondary school students, implementing a proposal to rethink the teaching of mathematics from the didactic approach, and benefit in some way to increase production. scientific.

to Spanish

Keywords. Realistic mathematics education.

I. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Realidad problemática.

La educación en todos sus niveles, es el medio de cambio y desarrollo de los pueblos, con ello los hombres se forman y transforman, tanto así mismo como al medio social natural que los rodea, haciendo su vida más cómoda y duradera. Por ello uno de los objetivos más anhelados de un país es la educación de sus habitantes.

Sin embargo, cuando dentro del proceso educativo, uno de sus componentes falla entonces nos encontramos con situaciones problemáticas que deben resolverse de manera técnica y científica.

La creciente importancia de las competencias en nuestro sistema educativo, debida en parte a las pruebas externas de evaluación de la calidad educativa, como PISA, pone de manifiesto la necesidad, no solo de introducir cambios metodológicos en el proceso de enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria, sino también en el diseño de nuevos instrumentos que permitan desarrollar la competencia matemática, entendida como la capacidad de nuestros estudiantes de matematizar situaciones de la vida real.

A lo largo de los años, la enseñanza de las Matemáticas en los centros educativos se ha apoyado y fundamentado en una metodología tradicional, en el cual los estudiantes las aprendían mediante fichas, libros e, incluso, memorizando. Incluso los estudiantes se han acostumbrado a este juego de problemas matemáticos ocultos en un enunciado y no consideran las implicancias del contexto en la situación problemática, pues al verse enfrentados a una situación problemática auténtica tienden muchas veces a reaccionar de forma mecánica, aplicando reglas matemáticas como una receta, donde el contexto se transforma en una trampa o ruido que se debe eliminar (Zolkower,2006).

De acuerdo a Rabino (2001) los problemas matemáticos bien contextualizados desencadenen en los estudiantes el uso de conocimientos informales y la creación de nuevas estrategias que le asignan significado a los números, a las operaciones, a los algoritmos y procedimientos de cálculo. En cambio, la enseñanza descontextualizada, donde los problemas matemáticos se camuflan en una situación real, acarrea olvidos, confusiones y un uso indiscriminado de las reglas matemáticas que se desean enseñar.

La problemática observada en los estudiantes de Educación Secundaria, en el desarrollo de la resolución de problemas es que la mayoría de estudiantes no logran plantear problemas a partir de una situación dada. Presentan deficiencias en el proceso de expresar la

comprensión de los conceptos de las competencias de matemática y tienen dificultades para seleccionar, una variedad de procedimientos como el cálculo mental, la estimación, y medición; no logran elaborar afirmaciones sobre las posibles relaciones entre números naturales, enteros, racionales, reales, sus operaciones y propiedades.

Según Rabino (2012), los problemas matemáticos a utilizar deben ser significativos para los estudiantes y así estos podrán relacionarlos con su experiencia y conocimientos previos, de tal modo que el estudiante sienta interés por resolverlos, solo así serán un instrumento real de aprendizaje de la matemática.

Así, la enseñanza descontextualizada de la matemática dificulta la apropiación de los contenidos obligatorios, desmotiva a los estudiantes y aumenta la brecha entre la matemática escolar y el sentido común. Mientras que el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR), en cuanto a enseñanza contextualizada de la matemática, favorece el aprendizaje de la misma.

En este sentido se planteó la propuesta de la “Educación Matemática Realista para la resolución de problemas en Educación Secundaria”, que busca desarrollar estrategias que permitan mejorar, el uso de situaciones diarias para resolver problemas. La Educación Matemática Realista se fundamenta en la teoría de Hans Freudenthal, quien propone que la enseñanza de la matemática debe estar conectada con la realidad de los estudiantes. Frente a esta problemática planteada nos formulamos la pregunta ¿En qué consiste la corriente didáctica de la educación matemática realista?, que deberá ser investigada y analizada en su real contexto.

1.2 Formulación de objetivos.

1.2.1 Objetivo general.

Describir la enseñanza de la matemática desde el enfoque didáctico de la educación matemática realista basado en la filosofía de Hans Freudenthal

1.2.2 Objetivos específicos.

- Describir la corriente didáctica de la educación matemática realista.
- Identificar la corriente didáctica de la educación matemática realista
- Analizar la corriente didáctica de la educación matemática realista.

. Además, se pretende indagar las herramientas conceptuales se basa la teoría de la educación matemática realista; Conocer los principios de la educación matemática realista; analizar la realidad de los logros de aprendizaje de los estudiantes de secundaria de la región Junín.

1.3 Justificación de la investigación.

La presente investigación cobra relevancia al permitir estudiar en profundidad procesos de matematización que emergen de los participantes en la solución de tareas en contextos realistas. El estudio permitirá fortalecer el corpus teórico de la enseñanza de la matemática realista matematizando situaciones problemáticas.

El estudio propiciará inquietudes para abrir otras líneas de investigación relacionando otras variables. La base teórica expuesta será el insumo necesario para generar y profundizar investigaciones de la enseñanza de la matemática real y de esta manera romper el paradigma tradicional existente de la mecanización de la enseñanza – aprendizaje.

La investigación resolverá problemas sociales que afectan a un grupo social. Resolverá problemas siguiendo el proceso de matematización que relaciona el mundo real con el mundo matemático. La situación problemática estará presente en el entorno social.

II. MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de la investigación.

El tema de la Matemática realista ha sido abordado e investigado por tesis y artículos, los cuales han reforzado el corpus teórico de la investigación. Para su estudio han sido clasificados de acuerdo a un contexto internacional, nacional y local.

Hernández, J. (2022). Presenta la investigación “Patrones numéricos y simbolización algebraica en bachillerato. Una propuesta de enseñanza basada en la modelación desde el enfoque de la Educación Matemática Realista” El objetivo del estudio fue diseñar un conjunto de actividades basadas en la modelación matemática desde el enfoque de la Educación Matemática Realista, para promover la habilidad de generalización mediante el trabajo con reconocimiento de patrones. La investigación se realizó en la universidad de Sonora – México con un grupo de estudiantes del bachillerato. Las conclusiones a la que se arribaron fueron:

Los diferentes equipos lograron situarse en el nivel de comprensión.

- El estudiante interpreta la situación problema y aplica estrategias relacionadas al contexto de la situación misma.
- El estudiante inicia el proceso de reflexión y análisis (matematización vertical).
- Los estudiantes desarrollan la matematización vertical a través de la exploración, reflexión y generalización sobre los modelos que surgieron previamente.
- Los estudiantes expresan el modelo matemático mediante el uso comprensivo de procedimientos y notaciones convencionales adecuados a la matemática.
- La educación matemática realista brindó las herramientas necesarias para la adaptación del diseño de las actividades.
- Los estudiantes lograron generar una actividad matemática que les permitió transitar por los diferentes niveles de matematización que se mencionan en la Educación Matemática Realista.

Méndez – Parra et al., (2022). En la investigación “Educación Matemática Realista como estrategia de construcción del conocimiento probabilístico, a través de situaciones contextualizadas”, cuyo objetivo fue de caracterizar el aprendizaje de la probabilidad en un entorno rural con la Educación Matemática Realista, y cuyo diseño fue de carácter cualitativo con un diseño de investigación acción-participativa, a través de cinco fases

metodológicas. Contexto y participantes: Estudiantes rurales del departamento de Córdoba-Colombia, la docente de educación matemática del respectivo departamento y el grupo investigador. Los datos cualitativos se agruparon en categorías de la Educación Matemática Realista, en el que se encontró que los estudiantes presentan dificultades interpretativas, teóricas y algorítmicas, también se destaca que la Educación Matemática realista refleja la actividad humana en el proceso de aprendizaje estadístico. Se concluyó que, los problemas contextualizados permiten alcanzar un conocimiento con sentido y, el docente coopera en la formalización de dicho aprendizaje, debido a la estructuración, sistematización y regularización bajo los criterios de la Educación Matemática Realista.

Blasco, A. (2022). En la tesis “Las matemáticas en la vida cotidiana” y cuyo principal objetivo de este Trabajo fue en acercar las matemáticas a los estudiantes de Educación Primaria descubriéndolas en el día a día de nuestro entorno.

En este trabajo, se diseña una propuesta de intervención docente para implementar en un aula de 4° de Educación Primaria, de Segovia – España, en el que se proponen diferentes contextos cotidianos y cercanos al alumnado para que aprendan matemáticas desde esas situaciones y pudiendo experimentar y aprender en el entorno a través de su participación.

La investigación concluye con la presentación de dicha propuesta basado en la enseñanza de las matemáticas realistas, donde a partir de situaciones de la vida cotidiana, el alumnado aprende matemáticas y, además, se siente motivado por aprender a partir de contextos cercanos. La propuesta está organizada en tres situaciones cotidianas y cercanas al alumnado (“el huerto escolar”, “carrera solidaria” y “nos vamos de fiesta”), en las cuales se plantean diferentes sesiones (una sesión de presentación de la propuesta y comprobación de conocimientos previos, una a modo de evaluación final y dos sesiones específicas de cada situación), vinculadas con las dichos contextos, empleando en todas ellas metodologías activas basadas en técnicas constructivistas, donde el alumnado es protagonista de su aprendizaje y aprende a partir de la experiencia.

Tanto el propio Trabajo de Fin de Grado, como la propuesta didáctica diseñada, se centran en aproximar a los estudiantes a ver y plantear las matemáticas desde un punto de vista más cercano a su entorno y no, empleando situaciones irreales o ficticias a ellos, para de esta forma, sentirse más motivados por aprender a través de situaciones conocidas y próximas a ellos.

Monsalve -López, D. (2022). En la tesis “Procesos de Matematización que emergen de los Estudiantes en la solución de Tareas Matemáticas en Contextos Realistas”. La presente investigación tuvo como objetivo analizar procesos de matematización que emergen de los estudiantes en la solución de tareas matemáticas en contextos realistas. – Medellín – Colombia.

En coherencia con el objetivo se buscó resolver la pregunta de investigación: ¿qué procesos de matematización emergen de los estudiantes cuando resuelven tareas matemáticas en contextos realistas? Para responder a la pregunta formulada se adoptó un paradigma de investigación cualitativo con un enfoque hermenéutico. Los participantes de la investigación fueron diez estudiantes voluntarios que cursaban octavo y noveno grado del sistema escolar colombiano. Las principales fuentes de información provienen de entrevistas, basadas en cuatro tareas matemáticas en contextos realistas, que fueron grabadas en video y luego transcritas para facilitar el análisis. Los análisis se centraron en la actividad matemática que tuvo lugar cuando los participantes se enfrentaron a la solución de las tareas matemáticas. Los hallazgos revelan que las tareas matemáticas en contextos realistas estimularon en los estudiantes procesos de matematización como: conteo, tanteo, establecimiento de conexiones, identificación de patrones o reglas de formación, realización de representaciones pictóricas y numéricas, búsqueda de atajos, identificación de estructuras numéricas y espaciales, argumentación, identificación y clasificación de información relevante, generalización, identificación de relaciones funcionales, correspondencia, covariación y formalización. También se evidenció que las tareas posibilitaron diferentes rutas para la formalización y revelaron la importancia del contexto realista como recurso para validar resultados.

Rodríguez – Martín, B. (2021). Realizó el estudio “Matemáticas en el patio. ¿qué repercusiones didácticas tiene el contextualizar situaciones-problema matemáticas en juegos propios de la educación física, para el desempeño de la competencia matemática? El objetivo planteado en esta investigación fue valorar qué repercusiones didácticas tiene en el proceso de adquisición de la CMa, el hecho de contextualizar S-P matemáticas en actividades lúdico-motrices, propias de la EF de 4º de Primaria. – Barcelona – España, Y así mismo se arribó a las siguientes conclusiones:

- Los resultados obtenidos en este trabajo ponen de manifiesto que el hecho de contextualizar problemas matemáticos en S-P de juegos, propios de la EF de 4º de

Primaria, es un planteamiento didáctico óptimo para diseñar futuras experiencias significativas de aprendizaje matemático competencial. Esta investigación es un ejemplo sobre cómo los juegos de EF pueden convertirse en actividades adecuadas para desempeñar habilidades matemáticas competenciales. Como hemos podido comprobar, las situaciones de aprendizaje generadas cumplen con los requisitos pedagógicos del aprendizaje matemático competencial.

- Valorando los efectos positivos de este estudio, animamos al profesorado, tanto de matemáticas como de EF, a crear proyectos interdisciplinares que impulsen la adquisición de conceptos matemáticos en entornos lúdicos y multiexperienciales propios de la asignatura de la EF. Y que trasladen el trabajo de los contenidos matemáticos del aula de matemáticas a los patios, a los gimnasios o las pistas deportivas. Finalmente, debemos exponer que, para superar las limitaciones generadas por una investigación situacional como la nuestra, desarrollada en una escuela diferenciada, en solo un nivel y de forma intradisciplinar, sería interesante continuar investigando en otros colegios, en otras etapas educativas o desarrollando un proyecto conjunto con el profesorado de matemáticas.

Jiménez, L. et al., (2020). Presentan el estudio “La educación matemática realista como corriente didáctica para la enseñanza de la multiplicación en 3º de primaria a través del juego”. Cuyo objetivo fue de diseñar e implementar una propuesta didáctica para la enseñanza de la multiplicación dirigida a los niños de grado tercero de primaria, a partir del enfoque Educación Matemática Realista en el colegio Ciudadela Educativa de Bosa – Bogotá Colombia.

Como resultado del trabajo investigativo se dan a conocer las principales conclusiones a las que se llegó a través de la búsqueda teórica, la implementación de la propuesta y el análisis de los datos obtenidos que buscan dar cuenta de ¿Cómo por medio de la corriente didáctica EMR y el juego, los estudiantes pueden abordar situaciones de su contexto y matematizarlas para alcanzar un aprendizaje de la multiplicación?

- El juego como estrategia de implementación permitió que los estudiantes se motivaran y estuvieran en actitud de disposición que dio camino a experiencias significativas, la participación fue de manera natural y libre, reconociendo a sus compañeros, las reglas del juego y las dinámicas del mismo, como si se tratara de una versión a escala de los comportamientos socialmente establecidos y a los que pertenecen como sujetos activos.

- Otro importante acierto dentro de las actividades, fue el trabajo en equipo por parte de los estudiantes, ya que este permitió que se dieran aportes interesantes entre ellos que les permitieron llegar a reflexiones conjuntas, a partir de las cuales se generaron nuevos conocimientos individuales y grupales.
- La investigación permitió reconocer que en la resolución de problemas los estudiantes recurren o se apoyan en estrategias informales que les permite organizar aquellas ideas que los llevan a la posible solución del mismo, las estrategias más usuales que se lograron identificar fueron las de representación, en donde por medio de dibujos y manualidades propios de los niños, lograban organizar sus ideas.

Alsina, A. (2020). En el estudio realizado “El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula?” y siendo el propósito de este artículo en hacer una breve reflexión sobre uno de los elementos que ha generado mayores obstáculos para llevar a cabo una enseñanza eficaz: el uso (y abuso) del libro de texto como único recurso para enseñar matemáticas, describe el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM), Girona - España, que plantea la enseñanza a partir de secuencias intencionadas que consideran contextos informales (situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos), contextos intermedios (recursos literarios y tecnológicos) y contextos formales (recursos gráficos), y se ofrecen cinco recomendaciones para aplicar el EIEM en el aula: 1) planificar y gestionar la enseñanza de los contenidos a través de los procesos matemáticos; 2) promover prácticas de enseñanza que consideren tanto al alumnado como al profesorado; 3) considerar contextos informales, intermedios y formales en todas las secuencias, con distinto protagonismo según el nivel escolar; 4) garantizar el principio de abstracción progresiva, desde lo concreto hacia lo abstracto; y 5) disponer de criterios objetivos para la selección de los contextos de enseñanza de las matemáticas.

Finalmente, a manera de conclusión diremos que: será necesario implementar actividades formativas sobre el EIEM, tanto en la formación inicial como permanente, que estén diseñadas a partir de modelos formativos transformacionales, como por ejemplo el Modelo Transformacional de la Competencia Profesional del Profesorado de Matemáticas (Alsina y Mulà, 2019), y analizar su efecto para transformar la práctica del profesorado de matemáticas, en el marco de una escuela que se renueva.

Sánchez, B. (2019). Presentó la tesis “Aprendizaje cooperativo y educación matemática realista en la enseñanza de la geometría en tercer año medio de un liceo técnico profesional. El presente trabajo corresponde a una investigación cuantitativa de tipo correlacional y explicativa, con diseño pre experimental de pre test, intervención pedagógica y post test. Con el propósito de determinar la influencia de la enseñanza a través del Aprendizaje Cooperativo basado en la Educación Matemática Realista como metodología en las variables rendimiento académico, motivación, actitud y ansiedad hacia las matemáticas en el aprendizaje de los contenidos de Plano Cartesiano y Homotecia de una muestra intencionada de tercer año medio de un colegio técnico profesional y particular subvencionado de la comuna de Los Ángeles, Chile. La metodología se apoyó en despertar el interés de los estudiantes a través de la contextualización según sus propios intereses y gustos, superando obstáculos a través del apoyo entre pares. Sobre la base de los resultados obtenidos y hechos los análisis estadísticos con pruebas como Shapiro – Wilk, coeficiente de relación de Spearman y Pearson, se concluye que la propuesta es efectiva para mejorar considerablemente el rendimiento académico y en baja medida los factores socio-afectivos tales como motivación, actitud y ansiedad.

La enseñanza utilizando el aprendizaje cooperativo y basándose en la educación matemática realista influye positivamente en el rendimiento de los estudiantes en la unidad de plano cartesiano y homotecia en un tercer año medio de un liceo particular subvencionado de la ciudad de Los Ángeles.

La participación de los estudiantes de la metodología que utiliza el aprendizaje cooperativo basándose en la educación matemática realista permitió la transformación de los objetos matemáticos en algo real, tangible y atingente para su vida.

Es así como se puede concluir que la metodología que utiliza el aprendizaje cooperativo basándose en la educación matemática realista incide de manera favorable en el rendimiento de los estudiantes en los contenidos de plano cartesiano y homotecia.

La mejora del rendimiento se logró debido a que el estudiante se motivó por trabajar lo que les apasiona, que son los motores y la mecánica automotriz, pidiendo ayuda a sus compañeros de grupo cuando se estancaban y logrando superar obstáculos gracias al apoyo de sus pares.

Henao S. y Vanegas J. (2018). En el estudio realizado “La modelación matemática en la educación matemática realista: un ejemplo a través de la producción de modelos

cuadráticos” en la ciudad de Cali – Colombia, y teniendo como objetivo caracterizar el proceso de modelación matemática desde los principios teóricos y metodológicos de la Educación Matemática Realista, en un grupo de estudiantes de educación media cuando se involucran en el trabajo con modelos cuadráticos. La presente investigación se enmarca en el enfoque de la Educación Matemática Realista y busca a partir de algunos de sus referentes teóricos y metodológicos fundamentar un diseño relativo al trabajo con modelos cuadráticos que permita estudiar el proceso de modelación matemática de estudiantes de los últimos grados de educación media (10° y 11°), en particular lo concerniente a los niveles de matematización y la incidencia de las tareas diseñadas en el aprendizaje de los modelos cuadráticos.

Se expone las siguientes conclusiones:

- Se mostró la importancia de la modelación matemática como un proceso matemático que permite conjugar la matemática y la realidad en la promoción de la formación de conceptos matemáticos, aportando al conocimiento por parte de los docentes de algunas estrategias de enseñanza que podrían contribuir a mejorar la enseñanza de la modelación matemática en los últimos grados de la educación media y a mejorar el desempeño matemático de los estudiantes.
- Se analizó el desempeño matemático de los estudiantes y las implicaciones didácticas y cognitivas, en relación con el proceso de modelación matemática en el aula de matemáticas. Inicialmente se hace un recorrido a través de los principios fundantes de la Educación Matemática Realista, buscando entrelazar elementos teóricos y metodológicos que permitan dimensionar y comprender este enfoque teórico.
- Se propuso el diseño e implementación de una serie de tareas fundamentadas en la Educación Matemática Realista que a futuro puedan servir de insumos para el desarrollo de estrategias metodológicas para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en particular de los modelos cuadráticos.

Gallart, C. (2018). En el estudio realizado “La modelización como herramienta de evaluación competencial”, el objetivo fue estudiar el papel que la modelización puede desempeñar en el desarrollo de la competencia matemática, en general, y en la resolución de problemas reales, en particular.

La investigación se realizó en Albacete – España, tuvo como diseño una serie de tareas de modelización basadas en tres perspectivas diferentes y se analizó los cambios

metodológicos necesarios para implementar una actividad basada en la resolución de tareas de modelización en pequeños grupos de trabajo, en un aula de tercero de secundaria (14-15 años).

Se analizó los distintos roles asumidos por el profesor cuando interactúa con sus estudiantes en dos momentos clave: durante el debate intragrupo, con los estudiantes de un mismo grupo mientras trabajan en el aula, y durante el debate Inter grupo, entre estudiantes de distintos grupos, mientras exponen públicamente sus trabajos. Las conclusiones que sustenta la presente investigación fueron, por un lado, la herramienta de análisis competencial del proceso de modelización, y que parte de la herramienta inicial de análisis, que permite ver de qué manera los estudiantes trabajan las distintas competencias matemáticas cuando resuelven una tarea de modelización. Por otro, la herramienta de análisis estructural de los modelos finales construidos por los estudiantes, que permite ver la riqueza de sus producciones a partir de la terna conceptos-procedimientos-lenguajes utilizados.

Finalmente, la herramienta de caracterización de los roles que el profesor asume durante el proceso de modelización de sus estudiantes, que puede servir de guía a la hora de gestionar una actividad basada en la resolución de tareas de modelización.

Salgado, M. (2016). Presentó el estudio “La práctica docente en educación infantil desde el enfoque de la educación matemática realista y los procesos matemáticos” Barcelona – España. El objetivo fue, determinar el índice que esta investigación pretende contribuir al conocimiento de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil, concretamente de la práctica educativa. Para sentar las bases teóricas de nuestro estudio se partió de una revisión de las principales referencias curriculares, así como de conceptos clave de competencia matemática y procesos matemáticos. Se incluyó un estudio sobre metodologías activas de enseñanza-aprendizaje en los que hemos destacado el Trabajo por Proyectos y el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) desde el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR). El estudio empírico se llevó a cabo en tres fases. En la primera evaluamos el tratamiento de contenidos matemáticos curriculares, en particular “la presencia del número”, en los libros de texto de la etapa de Educación Infantil. En la segunda fase se analizó la potencialidad del Trabajo por Proyectos, metodología utilizada por la investigadora como docente, en lo que respecta a la competencia matemática. El análisis de beneficios y limitaciones de los proyectos de trabajo, nos emplazó al diseño de prácticas

matemáticas de enseñanza-aprendizaje basadas en la EMR y el ABP, lo que constituyó la tercera fase de este estudio. El análisis de resultados lleva a conclusiones sobre las buenas prácticas docentes y la necesidad de reflexión del profesor sobre su labor docente.

Cruz, L. y López L. (2021). En la investigación, “Educación matemática realista para la resolución de problemas en educación secundaria del I. E. N.º 64736 “Flor de Selva” del Caserío Flor de Selva - Pampa Hermoza -Ucayali”. Se planteó como propósito mejorar la resolución de problemas de los estudiantes del 1º grado de Educación Secundaria mediante el empleo de la Educación Matemática Realista.

Se planteó la propuesta del “Educación Matemática Realista para la resolución de problemas en Educación Secundaria”, que busca desarrollar estrategias que permitan mejorar, el uso de situaciones diarias para resolver problemas. La resolución de problemas se fundamenta en la Teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, la Teoría de Vygotsky y la Teoría de Jean Piaget; por otro lado, la Educación Matemática Realista se fundamenta en la teoría de Hans Freudenthal, quien propone que la enseñanza de la matemática debe estar conectada con la realidad de los estudiantes. Para el desarrollo de la propuesta de resolver problemas matemáticos se utilizó la estrategia didáctica Educación Matemática Realista que incluye actividades en el Nivel situacional, Nivel referencial, Nivel general y Nivel formal.

Se arribó a las siguientes conclusiones:

- La propuesta del empleo de la Educación Matemática Realista mejora la resolución de problemas de los estudiantes de Educación Secundaria, en las capacidades referidas a traduce cantidades a expresiones numéricas, comunica su comprensión sobre los números y las operaciones, usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo y argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones, señaladas en la competencia resuelve problemas de cantidad del Área de Matemática.
- La aplicación de estrategias didácticas que utilizan la Educación Matemática Realista, activa la motivación de los estudiantes para resolver problemas matemáticos, pues muestran interés en desarrollar las actividades de la sesión de aprendizaje propuesta, en tanto los aprendizajes adquiridos están en relación a situaciones de su vida cotidiana.
- La estrategia didáctica del empleo de la Educación Matemática Realista mejoró la resolución problemas matemáticos de estudiantes de otras instituciones educativas y los

docentes tuvieron la oportunidad de mejorar e incrementar mecanismos de ejecución de que incluyan situaciones de la realidad concreta y la vida diaria.

Vargas, E. (2019) Realizó la investigación “Educación matemática realista en el desarrollo de las competencias matemáticas en estudiantes de I ciclo de la carrera profesional de educación inicial, Trujillo 2019”. El presente trabajo de investigación se ha realizado con el objetivo de determinar que la aplicación del programa de Educación Matemática Realista desarrolla las competencias matemáticas en los estudiantes del I ciclo de educación inicial del instituto Superior Pedagógico “Indoamérica” de la ciudad de Trujillo 2017. La población estuvo conformada por 260 estudiantes, siendo la muestra 60 estudiantes de ellos seleccionados mediante el método no probabilístico e intencional. El estudio es de tipo cuasi experimental y como método de investigación se utilizó el método cuantitativo. Para la recolección de datos se aplicó como instrumento una prueba de competencias matemáticas cuya técnica fue la observación, que paso el proceso de validación mediante la evaluación de expertos y una confiabilidad cuyo coeficiente alfa de Cronbach es 0,898 aceptable y una consistencia interna del instrumento, el grado de validez de contenido que se obtuvo mediante el coeficiente de Aiken fue 1. Los resultados arrojaron que el programa de Educación Matemática Realista desarrolla las competencias matemáticas en los estudiantes del I ciclo de educación inicial, encontrándose que al final de la propuesta el 60% (21) de los estudiantes se encuentran en el nivel de logro alto, el 23% (5) se ubican en el nivel de logro medio, 17% (4) se ubican en el nivel bajo. De acuerdo a la prueba de hipótesis se concluye que existe una influencia altamente significativa del programa Educación Matemática Realista desarrolla las competencias matemáticas. Así lo demuestra la prueba t de Student donde se obtiene que el valor tabulado = 1.6772 es menor que el valor calculado 22, 618. Se rechaza la hipótesis nula con un nivel de significancia al 0,5%. Por lo tanto, se puede concluir que se determinó que el programa Educación Matemática Realista desarrolla las competencias matemáticas en los estudiantes del I ciclo de educación inicial del instituto Superior Pedagógico “Indoamérica” de la ciudad de Trujillo 2019.

Martínez, C. y et al., (2018). Presentaron la tesis “Aplicación de los principios de la matemática realista para mejorar el aprendizaje de la resolución de problemas geométricos en los estudiantes del tercer grado "E" de la I.E. "2060 Virgen de Guadalupe" IV zona de Collique”.

La Educación Matemática Realista, aporta elementos que permiten atender a las necesidades de los estudiantes, evitando caer en el tradicionalismo que hasta el momento se viene empleando en las aulas. En ese sentido, el objetivo principal de la investigación es aplicar los principios de la matemática realista, para mejorar el aprendizaje de la resolución de problemas geométricos de los estudiantes del tercer grado. Este trabajo, se ha desarrollado bajo el enfoque cualitativo de tipo “Investigación Acción-Participativa”; lo cual permitió que el trabajo en la comunidad educativa se realice de manera activa y socializadora. En conclusión los principios de actividad y realidad de la EMR en las líneas poligonales ayudan a los estudiantes a comprender que la actividad de matematización es propia del ser humano y para que esto se desarrolle se necesita de la participación de un guía u orientador que dentro de la EMR estaríamos hablando de los principios de reinención guiada y de niveles, estos principios ayudan a los estudiantes a no quedarse en su nivel situacional de aprendizaje sino avanzar hasta llegar al nivel formal de la matemática. Así mismo no dejar de lado los principios de interacción e interconexión relacionados a los perímetros de polígonos donde la interacción en equipos motiva el aprendizaje y facilita la resolución de problemas, estos principios en todo el desarrollo de una sesión de clase, garantiza que los estudiantes realmente mejoren su nivel de comprensión y por lo tanto su capacidad para resolver cualquier problema de matemática.

De Los Santos, (2017). En la tesis “Programa de estrategias pedagógicas y didácticas contextualizadas para elevar el nivel de logro de aprendizaje del área curricular de Matemática en instituciones educativas secundarias de Ferreñafe, 2016”, teniendo como objetivo determinar la influencia del estrategia pedagógicas y didácticas en el nivel de logro de aprendizaje del área curricular de matemática y teniendo como referente los bajos resultados académicos obtenidos en la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) del segundo grado, en donde se manifiesta que la mayoría de estudiantes tienen dificultades para resolver problemas de Matemáticas, se planteó el proceso investigativo que tuvo como objetivo elaborar la propuesta para promover estrategias pedagógicas y didácticas contextualizadas. El marco teórico tuvo como principales referentes a la teoría sociocultural de Lev Vygotsky, de Ausubel, el enfoque de resolución de problemas, enfoque por competencias, enfoque de derechos y enfoque de educación matemática realista. Fue de tipo descriptivo con propuesta, el diseño fue no experimental, el instrumento de recolección de datos utilizados fueron los resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes emitidos por el Ministerio de Educación.

La muestra estuvo constituida por los estudiantes evaluados en la ECE 2015 y 15 docentes de Matemática de las Instituciones Educativas estatales Santa Lucía y Manuel Antonio Mesones Muro. Se consideró utilizar el tipo de muestreo probabilístico intencional, teniendo como hipótesis que el programa mejore el nivel de logro de aprendizaje en Matemática, y luego analizados los datos procesados, se llegó a la conclusión de que los resultados son desalentadores a nivel de estudiantes en la evaluación ECE 2015, atribuible al poco interés por parte de los docentes para la aplicación de estrategias pedagógicas contextualizadas durante las sesiones de aprendizaje. Ante tal situación se diseñó el Programa de estrategias pedagógicas y didácticas contextualizadas para elevar el nivel de logro de aprendizajes del área curricular de Matemática. Finalmente se concluye, a criterio de Juicio de expertos, que el Programa está adecuadamente construido, por tanto, debe de ser aplicado.

Cano, L. (2016). Presentó la tesis “Enseñanza de sucesiones mediante el método didáctico realista en el cuarto grado de educación secundaria”.

En el presente trabajo de investigación se planteó el siguiente problema: ¿Qué efectos produce el desarrollo del método didáctico realista, en el aprendizaje de sucesiones en los estudiantes del cuarto grado de Educación Secundaria? El objetivo general consistió en demostrar estadísticamente los efectos que produce el desarrollo del método didáctico realista, en los estudiantes del cuarto grado de Educación Secundaria. Como hipótesis se planteó: El desarrollo del método didáctico realista tendrá un efecto positivo en el aprendizaje de sucesiones en los estudiantes del cuarto grado de Educación Secundaria. El método general de investigación aplicado, fue el método científico, mientras que el método específico, fue el experimental, con un diseño cuasi experimental de dos grupos no equivalentes, con pre y post test; en una población accesible de 2 secciones conformadas por 55 estudiantes de la Institución Educativa “Julio César Tello” del distrito de Viques y 10 estudiantes de la Institución Educativa “José Olaya” del distrito de Huacrapuquio – Junín.

Las técnicas de captación de datos fueron efectuadas mediante el pre test y post test; en tanto que los instrumentos de recolección de datos consistieron en pruebas pedagógicas. El procesamiento de datos se realizó mediante la estadística descriptiva e inferencial; llegando al resultado de que existen diferencias en cuanto al logro de capacidades entre ambos grupos mediante la aplicación y desarrollo del método didáctico realista. Esta investigación aporta con la demostración de la eficacia del método didáctico realista en el proceso de enseñanza de las sucesiones, y su contextualización didáctica en nuestro medio local.

A continuación, se precisa las bases teóricas científicas relacionadas a la investigación.

2.2 Referencial teórico.

Matemática realista.

La Educación Matemática Realista es una corriente didáctica que nace como resistencia al carácter mecánico que reinaba en las matemáticas escolares en los países bajos en la segunda mitad del siglo pasado.(Monsalve-López, 2022)

La corriente conocida internacionalmente como Educación Matemática Realista (EMR), reconoce como fundador a Hans Freudenthal (1905-1990), matemático y educador alemán que realizó la mayor parte de su trabajo en Holanda. Esta corriente didáctica nace en los años '60, como reacción al enfoque mecanicista de la enseñanza de la aritmética que se sustentaba en ese país y a la aplicación en las aulas de la “matemática moderna” o “conjuntista”.(Bressan et al., 2023).

Marco conceptual de la Educación Matemática Realista

La EMR, según Bressan (2004), es una teoría global que se fundamenta en las siguientes ideas:

- Matematización: donde la matemática es una actividad humana, por lo que debe haber una matemática para todos.
- Reinención matemática: la comprensión matemática está compuesta por diferentes niveles, en los cuales los contextos y los modelos son relevantes.
- Fenomenología didáctica: consiste en la indagación de entornos y ambientes que originen la exigencia de ser ordenados matemáticamente, según su historia o las producciones del alumnado.

Principios de la Educación Matemática Realista

A partir de estas ideas, Freudenthal establece una serie de principios vinculados con la Educación Matemática Realista y son los siguientes:

- **Principio de actividad.**

La matemática es una actividad humana accesible para todos y como mejor se aprende es llevándola a cabo. El mejor proceso para aprender matemáticas es haciendo y no aprender del resultado, es decir, es más importante hacer matemáticas y su proceso que aprender del producto obtenido. La matemática presenta un valor didáctico que ayuda a comprender y participar en el medio social y natural según como se encuentra organizado. Además, se

requiere del desarrollo de actitudes sociales, morales, emocionales, cognitivas, para que el individuo presente una actitud matemática adecuada en el momento necesario. Para trabajar este principio, hay que tener en cuenta que el proceso de matematizar implica formalizar (modelizar, representar, sintetizar y especificar) y generalizar que supone razonar (Alsina, 2009).

- **Principio de realidad.**

La matemática emerge como matematización (distribución) de la realidad, por consiguiente, el aprendizaje matemático debe generarse de la misma forma. Además del mundo real, en lo realizable, imaginable o razonable para el estudiante. Se exponen los problemas de tal manera que el estudiante se imagine la situación y utilice el sentido común para solucionarlo. Para esto, el contexto es intrínseco a las situaciones y los estudiantes toman las decisiones necesarias sobre las estrategias empleadas y las diversas soluciones.

Además de atribuir contextos cotidianos a los problemas, Freudenthal aconseja emplear contextos matemáticos en forma de juegos o desafíos para ir adquiriendo conocimientos matemáticos.

- **Principio de reinención.**

Para Freudenthal, la matemática se considera una forma de sentido común, pero más organizada. La reinención guiada es la equidad entre la autonomía de imaginar y la potencia de orientar. Además, el estudiante no es capaz de crear ni destruir, sino de reinventar modelos, conceptos, estrategias, etc. La capacidad de anticipación, de observación y de reflexión para percibir las destrezas de los estudiantes, son aspectos relevantes en el papel del docente y deben mediar entre estudiantes, estudiantes-problemas y elaboraciones informales del alumnado-herramientas formales implantadas.

- **Principio de niveles.**

El proceso de reinención de Freudenthal se completa con la matematización progresiva de Treffers, a partir de la cual se matematiza un contenido o tema y posteriormente se estudia su propia actividad matemática. A partir de este proceso, Freudenthal lo profundiza de dos maneras:

- **Matematización horizontal:** se trata de transformar un problema contextual en uno matemático, fundamentándose en la intuición, el sentido común, la aproximación empírica, la observación y la experimentación.

- **Matematización vertical:** implica estrategias de reflexión, esquematización, generalización, prueba, simbolización y rigorización, con el fin de alcanzar un mayor nivel de formación. Además, en este proceso de matematización, la EMR reconoce que el alumnado cruza diversos niveles de comprensión establecidos por Gravemeijer, y son los siguientes:

- **Nivel situacional:** es el más básico y en él, el conocimiento de la situación y las estrategias son empleadas en el contexto de la propia situación.
- **Nivel referencial:** surgen los patrones, las descripciones, ideas y técnicas que esquematizan el problema.
- **Nivel general:** se promueve por medio de la indagación, razonamiento y generalización del nivel anterior, superando la referencia al contexto.
- **Nivel formal:** se ejerce con las técnicas y notaciones habituales. Estos niveles son activos y un estudiante puede permanecer en distintos niveles de comprensión para contenidos diferentes o partes de un contenido. Los instrumentos necesarios para el cambio de nivel son: los modelos y la reflexión colectiva. Estos dos elementos son las conceptualizaciones de los ambientes en las cuales se muestran los aspectos básicos de los conceptos y relaciones matemáticas importantes para la resolución de la situación. El modelo es el producto de organizar una actividad por parte del estudiante y se consideran los modelos que surgen de los estudiantes. Además, los modelos benefician la matematización vertical y sirven como puente para disminuir la distancia entre la matemática informal y formal.

Por último, este proceso se centra en la investigación reflexiva del trabajo oral y escrito por parte de los estudiantes, prestando atención a los momentos claves y surgen discusiones acerca de las soluciones planteadas y se visibiliza el camino hacia los niveles de generalización.

- **Principio de interacción.**

El aprendizaje de la matemática se basa en una actividad social, en la que se debate sobre las interpretaciones de los problemas, las técnicas y las razones de resolución. Por estos motivos, la comunicación guía al razonamiento y a alcanzar los niveles de comprensión

superiores. Además, para que el aprendizaje sea más eficaz, cada estudiante sigue su propio camino y las aulas se distribuyen en grupos cooperativos heterogéneos. En este principio, la negociación explícita, la participación, la colaboración y la valoración son factores básicos en el proceso de aprendizaje constructivo y el alumnado es motivado a manifestar, argumentar, acordar y discrepar alternativas y razonar (Alsina, 2009).

- **Principio de interconexión (estructuración)**

La EMR adjudica una mayor cohesión a la educación permitiendo diferentes maneras de matematizar los contextos, obteniendo una mayor conexión por medio del currículum.

Los diferentes contextos deben incorporar contenidos matemáticos interconectados (Alsina, 2009). Tras esto, podemos decir que el conocimiento matemático se compone de un conjunto de objetos matemáticos en los cuales el vínculo entre sí es esencial. Saber matemáticas es comprender esos objetos, las conexiones entre sí y los métodos de trabajo en matemáticas, dicho de otro modo, las reglas del juego matemático.

Matematización

La matematización puede surgir de actividades de exploración intuitivas en tareas matemáticas que brindan a los estudiantes la oportunidad de modelar, estructurar, representar problemas y soluciones (Dekker, 2020). Freudenthal (2006), define matematizar dentro de la corriente didáctica de la Educación Matemática Realista, como una actividad humana en la que se usan herramientas matemáticas estructurantes y organizadoras para comprender el mundo incluida la matemática misma. De acuerdo con esta postura, los procesos de matematización son toda actividad matemática empleada para la comprensión, organización o estructuración de los contextos. La actividad matemática son todas las acciones del pensamiento que los individuos ponen en juego para darle respuesta a un problema matemático.

Gravemeijer y Zapata (2020), indican que la matematización es actividad matemática. Así, matematizar está relacionada con la actividad de organización matemática, que puede ser resultado de una experiencia intuitiva expresada en un lenguaje cotidiano y puede derivar en una expresión matemática. La Educación Matemática Realista promueve la matematización progresiva extraída de la realidad (Gravemeijer & Doorman, 1999). La matematización es progresiva al hacer uso de herramientas matemáticas en diferentes niveles de evolución. Las herramientas matemáticas se emplean en la situación contextual y

permiten visibilizar procesos de matematización. Algunas herramientas matemáticas son las representaciones y las descripciones (Freudenthal, 2002; Alagia et al., 2005). Los niveles de matematización que pueden emerger en la solución de las tareas son: situacional, referencial, general o formal (Alagia et al., 2005; Freudenthal, 2006). Algunos de los procesos de matematización que pueden aparecer de acuerdo con los niveles de matematización se ilustran a continuación:

La Metamorfosis del saber, puede ser de objeto de saber (comunidad científica); objeto a enseñar y objeto de enseñanza (comunidad escolar), divididos en dos tipos de transposiciones: externa e interna.

El nivel situacional es el nivel en que el estudiante en contextos realistas imagina la situación del contexto realista y establece conexiones con conocimientos previos y la creatividad (Trelles-Zambrano et al., 2019). El estudiante realiza procesos de matematización que corresponden al nivel referencial cuando toma conciencia del objeto matemático que se está presentando en el contexto realista, puede describir las relaciones y conceptos que esquematizan el problema concreto y empieza a estudiar el cambio. El nivel de matematización general tiene lugar cuando el estudiante produce esquemas, identifica patrones, estructuras matemáticas, realiza deducciones, construcciones o justificaciones que le ayudan a poner a prueba lo razonado. El nivel de matematización formal se da cuando el estudiante usa propiedades comunes para establecer reglas, realizar representaciones algebraicas, proponer fórmulas, procedimientos o realizar predicciones.

Los procesos de matematización ayudan tanto a traducir un problema de un contexto realista al mundo matemático y a su vez ofrece la oportunidad de visibilizar las matemáticas que se usan al organizar y resolver tareas realistas (Gravemeijer, 2020).

La interacción es uno de los principios en la Educación Matemática Realista, al ser considerada la matemática como una actividad social (Freudenthal, 2006). La interacción es un intercambio de conocimientos y estrategias entre los estudiantes, los estudiantes en grupo con el docente o el docente y el estudiante. La interacción es una condición que propicia que los estudiantes bajo la guía del docente reinventen objetos, modelos, operaciones y estrategias matemáticas con sus pares y el docente (Zolkower et al., 2006).

La reflexión es un punto central para progresar en los procesos de matematización y ésta es posible mediante la interacción (HeuvelPanhuizen & Drijvers, 2014). Las preguntas juegan un papel primordial en los tipos de interrogantes que promueven la interacción del

docente con los estudiantes. Según Gravemeijer (2020) las normas socio-matemáticas pueden limitar las formas esperadas de actuar y explicar en un aula determinada.

El último concepto que se entiende apropiado explicar en este apartado es el de matematización. Cuando un estudiante se enfrenta a un problema de la vida cotidiana (Mundo real) debe transformarlo en estructuras matemáticas conocidas por él (Mundo matemático), luego procederá a resolver ese problema haciendo uso de los conceptos y herramientas matemáticas que estén en su repertorio para finalmente volver a transformar sus resultados al problema inicial y comunicar la solución. En el proyecto PISA estos procesos suelen ser visualizados en el “Ciclo de matematización” que queda determinado por cinco pasos (OCDE, 2005, 40).

- 1° El ciclo se inicia con una situación problemática de la vida cotidiana (Mundo real).
- 2° El estudiante reconoce que conceptos matemáticos son aplicables a la situación.
- 3° Se producen procesos de abstracción continua en los que progresivamente la realidad va quedando detrás para dar paso a un problema matemático.
- 4° Se procede a resolver el problema matemático.
- 5° Las soluciones encontradas en el problema matemático deben de tener sentido en términos de la situación real a la que se enfrenta el estudiante.

El Ciclo de matematización corresponde a la **Formulación de un modelo** del paso “problema contextualizado” a “Problema formulado matemáticamente”; luego al **“uso de la matemática”** del paso “Problema formulado matemáticamente” a “Resultados matemáticos”; luego la Interpretación de resultados del paso “Resultados matemáticos” a “Resultados en contexto”; seguido la **Validación de los resultados** del paso “Resultados en contexto” a “problema contextualizado”; cerrando el ciclo que corresponde a la **Formulación de un modelo**, del paso “problema contextualizado” a “Problema formulado matemáticamente” y así cerrando el ciclo.

Si bien la idea de matematización es un elemento que reviste especial importancia para el proyecto PISA no es un elemento nuevo para investigadores de la educación y matemáticos, ya que, como se señaló al comienzo de este trabajo, Hans Freudenthal fue pionero al manifestar su preocupación por conectar la enseñanza de la Matemática con la realidad cercana de los estudiantes. Son elocuentes en tal sentido sus palabras al respecto: “...la imagen de la matemática se enmarca dentro de la imagen del mundo, la imagen del matemático dentro de la del hombre y la imagen de la enseñanza de la matemática dentro de la sociedad” (Freudenthal, 1991, 32) En el proceso de matematización se pueden distinguir

dos etapas: en la primera, denominada matematización horizontal, el estudiante debe transcribir el problema desde el mundo real al matemático y en la segunda, denominada matematización vertical, utiliza conceptos y destrezas en procura de abordar la actividad matemática. (Treffers en Freudenthal, 2002)

Según sintetiza Freudenthal, Treffers analiza la educación matemática a partir del modo de abordar las situaciones matemáticas, según su enfoque en estas dos formas de matematización. En tal sentido distingue: un planteamiento en el que se prioriza el trabajo en la matematización horizontal, que llevaría a un enfoque empírico, un planteamiento donde el estudiante centra su actividad en torno a la matematización vertical, que llevaría a un enfoque estructuralista, un planteamiento en el que ninguno de las dos formas de matematización se pone en juego, que llevaría a un enfoque mecanicista. A partir de esto es posible caracterizar a la Educación Matemática Realista por ser aquella en la que ambas formas de matematización se hacen presentes. La tabla 1, ilustra la clasificación. (Treffers en Freudenthal, 2002)

Tabla 1

Clasificación de la matemática según Treffers

Enfoque	Matematización horizontal	Matematización vertical
Empírico	+	-
Estructuralista	-	+
Mecanicista	-	-
Realista	+	+

Fuente: Elaboración propia. (Freudenthal 2002, p. 133).

El uso de situaciones en la que los estudiantes puedan poner en juego la matematización horizontal y vertical se diferencia de los otros enfoques, por la riqueza de los procesos que se ponen en juego. Al respecto Rico (2005) al referirse a la matematización horizontal señala que: "...se sustenta sobre actividades como: identificar las matemáticas que pueden ser relevantes respecto al problema, representar el problema de modo diferente, comprender la relación entre los lenguajes natural, simbólico y formal, encontrar regularidades, relaciones y patrones, reconocer isomorfismos con otros problemas ya conocidos, traducir el problema a un modelo matemático, utilizar herramientas y recursos adecuados (...) y la matematización vertical incluye "utilizar diferentes representaciones, usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones, refinar y ajustar los modelos matemáticos, combinar e integrar modelos, argumentar y generalizar" (Rico, 2005, 16).

Cabe precisar que el mundo real incluye al mundo matemático, a su vez la matematización horizontal se da entre el problema del mundo real y el problema del mundo matemático.

La matematización vertical se da entre el problema del mundo matemático se da entre el problema del mundo matemático el problema estructurado y racionalizado.

Un elemento inherente al proceso de matematización, expuesto por Freudenthal (1991), es su manifestación gradual, ya que el estudiante pasa por diferentes niveles de comprensión cada vez más complejos. Estos niveles son: situacional, referencial, general y formal que demandan la puesta en marcha de actividades cognitivas como ser: el uso de estrategias, modelos y el lenguaje. muestra los diferentes niveles y como el estudiante logra avanzar a través de procesos de reflexión de los resultados alcanzados en un nivel de inferior complejidad.

Según (Betancor, 2017), lo planteado por Freudenthal, cuando el estudiante se enfrenta a una situación problema, tanto la interpretación, como la puesta en marcha de las primeras estrategias que se relacionan con ella, ocurren en un nivel inicial al que denomina situacional. En él se desarrollan procesos, a partir de su conocimiento informal, en los que lleva adelante estrategias que le permiten visualizar, sintetizar, formular, explorar regularidades, determinar analogías, que lo llevan a identificar la Matemática que subyace en el contexto de la situación. Estos procesos son constitutivos de la matematización horizontal. Superado el nivel situacional, el estudiante puede transitar hacia un nivel de formalización superior, nivel referencial, en el que se manifiestan las primeras representaciones que hacen referencia al problema. Estas representaciones ponen en juego modelos gráficos, manipulativos, notacionales y conceptuales que describen y explican el problema que les dio origen, por esta razón Freudenthal los considera “modelos de” en tanto están conectados con él. Avanzando en los niveles de formalización, el estudiante puede progresar hacia el nivel general, en donde a partir de reflexionar sobre los modelos utilizados en el nivel anterior concluye que estos modelos pueden ser aplicados a otros problemas isomorfos a los estudiados (modelos para). La comprensión de cómo actúan los conceptos, los recursos y las técnicas posibilita acceder al nivel formal. Los niveles: referencial, general y formal constituyen la matematización vertical, propios de la elaboración y adaptación a los modelos de las estructuras cognitivas del estudiante. Siguiendo la línea de los conceptos desarrollados hasta el momento, Streefland (1991a) expone: “...comenzando desde la realidad, los estudiantes pueden cruzar la frontera a la matemática por sí mismos,

aprendiendo a estructurar, organizar, simbolizar, visualizar, esquematizar y mucho más. En resumen, estructurando el proceso de matematización horizontal por sí mismos. Pero también, sea simultánea o posteriormente, ellos pueden progresar en su tratamiento del material matemático dentro de la matemática misma, incrementando su eficiencia de procedimientos, aplicación de abreviaturas, reemplazando el lenguaje relativo a la propia lengua por el lenguaje convencional de símbolos y variables, en otras palabras, por abstraer, generalizar, unificar y cuando es necesario especificar...” (Streefland, 1991a, 19).

Evaluaciones nacionales de logros de aprendizaje

Son evaluaciones estandarizadas implementadas por el Ministerio de Educación (Minedu), a través de la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes (UMC), para conocer en qué medida los estudiantes de las instituciones educativas públicas y privadas del Perú logran los aprendizajes esperados según el Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB) en determinadas áreas y grados de la escolaridad.

La información generada mediante estas evaluaciones es entregada a los diferentes actores del sistema educativo: direcciones regionales de educación (DRE), unidades de gestión educativa local (UGEL), directivos y docentes de instituciones educativas, familias y estudiantes.

Están alineadas al CNEB; es decir, evalúan los aprendizajes establecidos en este documento y toman en cuenta la perspectiva del enfoque por competencias y de los enfoques propios de cada área curricular. Se aplican al final de diferentes ciclos de la escolaridad para brindar evidencias de la progresión y la continuidad de los aprendizajes a lo largo del tiempo. Brindan una visión integral de los aprendizajes; por ello, también se aplican cuestionarios de factores asociados que recogen información de los estudiantes y sus familias, así como de las instituciones educativas para explicar las diferencias de aprendizaje. Se adecúan a la diversidad de los estudiantes, para lo cual se realizan adaptaciones a los instrumentos de evaluación y a los procedimientos de aplicación según las necesidades de cada estudiante.

Las evaluaciones nacionales pueden tener alcance muestral o censal. En ambos casos, aportan información relevante y confiable sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes y permiten dar sostenibilidad al sistema de evaluación. Evaluación Muestral (EM) Se aplica a una muestra aleatoria representativa de estudiantes del país que estén cursando el grado a evaluar. En el 2019, la muestra permitió reportar resultados hasta el nivel de región. Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) Se aplica a todos los estudiantes del país que estén

cursando el grado a evaluar¹ y permite reportar resultados a nivel de país, región, distrito, UGEL, institución educativa y estudiante. La EM y la ECE consideran los siguientes estratos para reportar resultados: sexo del estudiante, gestión y área geográfica de ubicación de la institución educativa.

Estas evaluaciones permiten que los actores del sistema educativo cuenten con información válida y confiable sobre la situación de los aprendizajes de los estudiantes.

Con esta información, dichos actores pueden tomar decisiones e implementar mejoras desde cada uno de sus roles y funciones para que todos los estudiantes logren los aprendizajes esperados.

Los resultados de las evaluaciones nacionales se reportan según medida promedio y niveles de logro.

Medida promedio, Niveles de logro En cada prueba, un estudiante obtiene una medida individual ². La medida promedio (MP) es el promedio aritmético de las medidas individuales de un conjunto de estudiantes; por ejemplo: de una sección, una institución educativa, una UGEL, una DRE o del país en su totalidad

Niveles de logro en cada prueba, un estudiante obtiene una medida individual ². La medida promedio (MP) es el promedio aritmético de las medidas individuales de un conjunto de estudiantes; por ejemplo: de una sección, una institución educativa, una UGEL, una DRE o del país en su totalidad. Los estudiantes, según la medida que obtienen, se ubican en alguno de estos niveles de logro: “Satisfactorio”, “En proceso”, “En inicio” o “Previo al inicio”. Cada nivel describe un conjunto de aprendizajes logrados por los estudiantes. Estos niveles están delimitados por puntos de corte.

III. METODOS

3.1 Tipo y Nivel de investigación

El trabajo de investigación se enmarca en la investigación de tipo básica. La investigación básica es un tipo de investigación que se utiliza en el ámbito científico para comprender y ampliar nuestros conocimientos sobre un fenómeno o campo específico. También se acepta como investigación pura o investigación fundamental. Según Baena (2014), la investigación pura “es el estudio de un problema, destinado exclusivamente a la búsqueda de conocimiento” (p. 11).

Del mismo modo, tomando como referencia a Sánchez y Reyes (1992), la investigación es de un nivel descriptivo, ya que se describen, se comparan el fenómeno científico.

3.2 Método

El estudio realizado está cimentado en el método científico, ya que posee las características rigurosas que exige la ciencia. Bunge lo define como: “el conjunto de procedimientos por los cuales: a) se plantean los problemas científicos; y b) se ponen a prueba las hipótesis científicas” (1972:69). De manera específica se utilizó el método descriptivo, cuyos procedimientos sirvieron para recoger información y el posterior análisis interpretativo del significado de la información. Según Mario Bunge una investigación descriptiva debe responder a las siguientes interrogantes: ¿qué es?, ¿Cómo es? ¿Dónde está? ¿De qué está hecho? ¿Cómo están sus partes si las tienes interrelacionadas? ¿Cuánto?

3.3 Diseño de investigación.

El trabajo de investigación corresponde específicamente a una investigación de diseño transeccional descriptiva. Los diseños transeccionales descriptivos tienen como objetivo indagar la incidencia y los valores en lo que se manifiestan una o más variables dentro del enfoque cuantitativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2003, p. 273)..

Al esquematizar este tipo de investigación se obtiene el siguiente diagrama:

M → O

Donde.

- M** = Muestra en la que se realiza el estudio.
O = Observación de la variable: Matemática realista.

3.4 Población, muestra y técnica de muestreo

3.4.1 Población de estudio

La población se ha constituido por estudiantes de educación básica del nivel secundaria del país.

3.4.2 Muestra de estudio

La muestra se ha constituido por estudiantes de educación básica del nivel secundaria, región Junín.

3.5 Técnicas e instrumentos de acopio de datos

Las técnicas para la recolección de datos referidos a las variables de estudio fueron la de observación sistemática y la encuesta de la Enseñanza de la Matemática Realista.

Los instrumentos para evaluar la observación sistemática fueron:

Análisis documental

Consiste en elegir las ideas más relevantes de un texto con la finalidad de recuperar el contenido sin ambigüedades. Para esta técnica se utiliza como instrumentos: fichas y ordenador.

Una diferencia muy notoria entre esta y las otras técnicas que se están tratando es que en estas últimas se obtienen datos de fuente primaria en cambio mediante el análisis documental se recolectan datos de fuentes secundarias. Libros, boletines, revistas, folletos, y periódicos se utilizan como fuentes para recolectar datos sobre las variables de interés. El instrumento que se acostumbra utilizar es la ficha de registro de datos.

Cuestionario

Están compuestos por un conjunto de preguntas con respecto a las variables que están sujetas a medición, y que son elaborados teniendo en cuenta los objetivos de la investigación.

IV. RESULTADOS

4.1 Resultados.

Después de haber obtenido y analizados en el acápite anterior los datos del trabajo académico “Matemática realista en estudiantes de educación secundaria”, se procedió a interpretarlos y discutirlos en función a los objetivos e hipótesis formulados en el presente estudio.

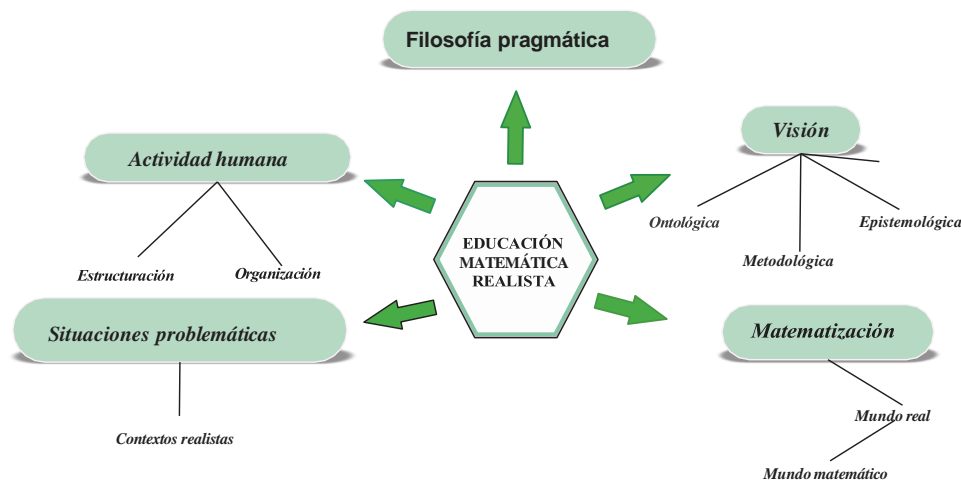
El análisis descriptivo nos permitió determinar los principios básicos en el cual se cimienta la Educación matemática realista ideado por Freudenthal.

Se ha procedido a realizar el análisis descriptivo, en base al análisis documental de fuentes secundarias de la literatura académica internacional, complementadas con la praxis educativa de nuestro contexto.

4.1.1 Análisis Descriptivo de la Educación matemática realista.

1. Ideas de Freudenthal sobre el aprendizaje y la enseñanza.

Figura 1.



Nota. La educación matemática realista (EMR) está conectada con el mundo real.

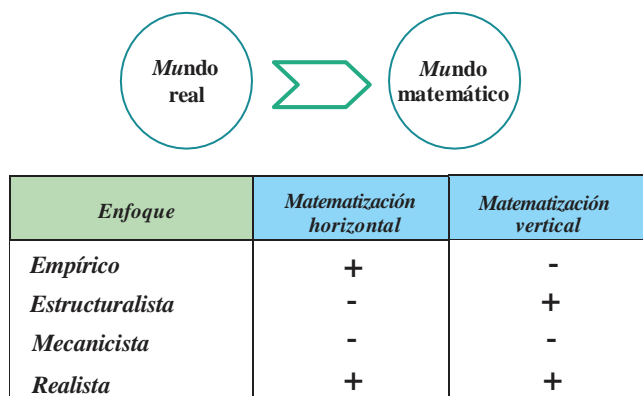
Esta teoría se apoya en una filosofía pragmática con amplia visión ontológica, epistemológica y metodológica de esta ciencia.

La EMR tiene como base de estudio a la matematización de las situaciones problemáticas contextualizadas.

La matemática realista necesita de la fenomenología didáctica cimentadas en la historia de la matemática y las producciones y construcciones de los estudiantes.

4.1.2 Matemización.

Figura 2.



Nota. Entendiéndose como la transformación del mundo real al mundo matemático.

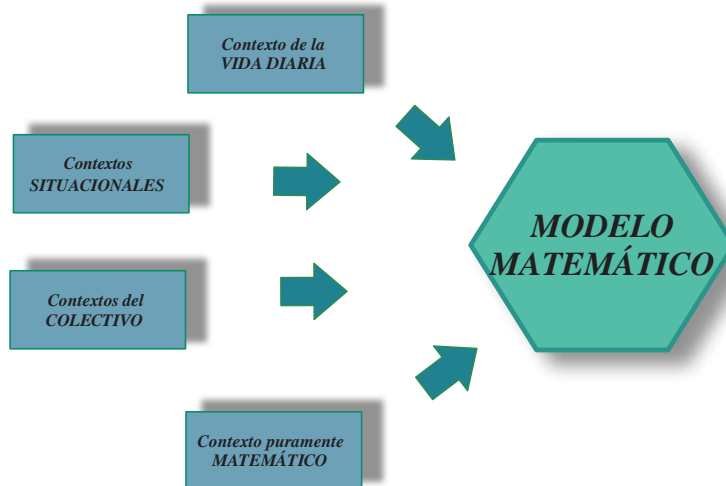
La matemización es la reinención guiada por parte del docente teniendo como soporte la fenomenología.

Los procesos de matemización ayudan tanto a traducir un problema de un contexto realista al mundo matemático y a su vez ofrece la oportunidad de visibilizar las matemáticas que se usan al organizar y resolver tareas realistas.

4.1.3 Los principios fundamentales de la educación matemática realista

1) Principio de la realidad.

Figura 3



Nota. El punto de partida del aprendizaje es considerar contextos de la vida diaria, contextos del colectivo, contextos situacionales y los contextos puramente matemáticos (juegos y desafíos), hasta lograr modelos matemáticos.

2) Principio de reinención guiada.

Figura 4

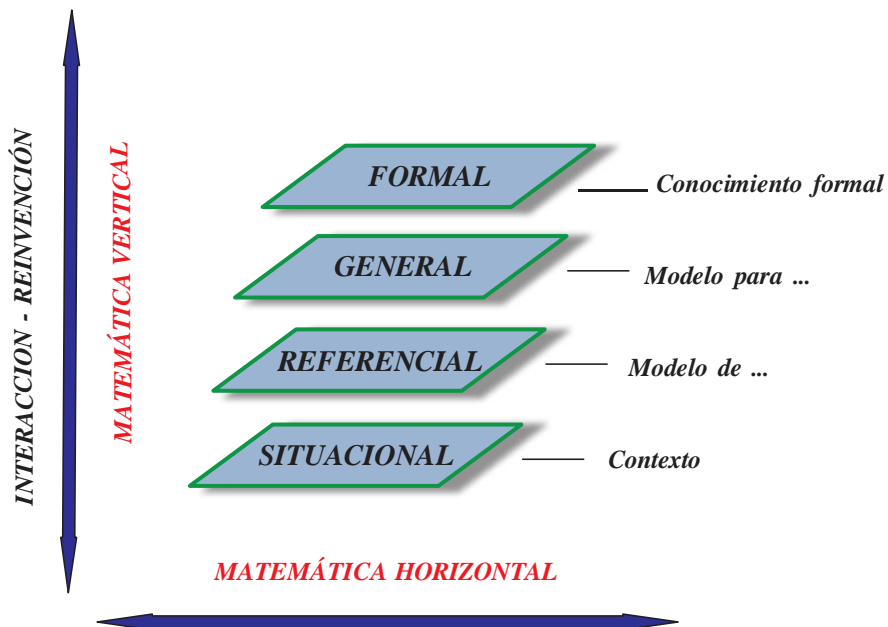


Nota. Se da entre el balance de la libertad de inventar por parte del estudiante y la fuerza de guiar que la docente media entre sus estudiantes.

El docente es el mediador entre los estudiantes y las situaciones problemáticas. El docente tendrá la capacidad de anticipación, observación (auto observación) y la reflexión.

3) Principio de niveles.

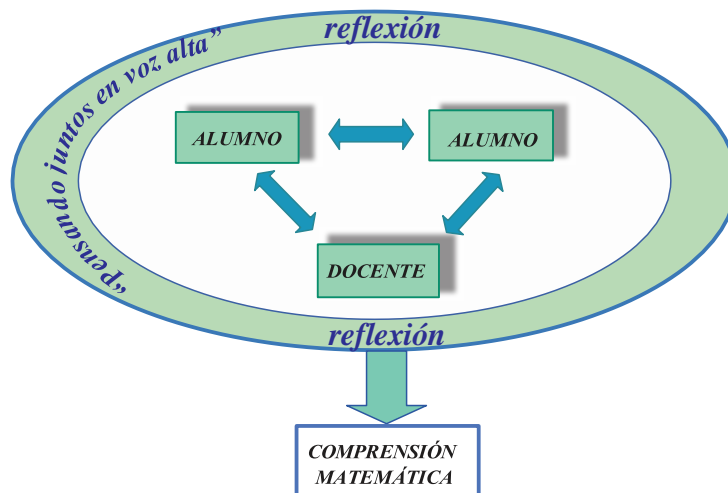
Figura 5



Nota. El conocimiento informal de los estudiantes debe avanzar al conocimiento formal siguiendo un proceso de matematización progresiva. Este proceso se da en dos dimensiones: horizontal y vertical.

4) Principio de interacción.

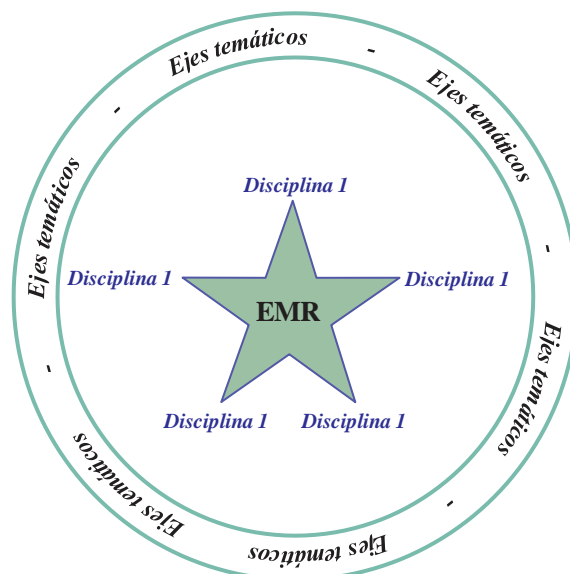
Figura 6



Nota. En la EMR, el aprendizaje de la matemática es considerada como una actividad social. La interacción lleva a la reflexión y la capacitación a los estudiantes para llegar a niveles de comprensión más elevados.

5) Principio de interconexión.

Figura 7



Nota. La matematización se enriquece cuando se respetan la diversidad cultural y cognitiva de los alumnos y fundamentalmente cuando hay mayor coherencia en la enseñanza, producto de la integración de los ejes temáticos.

4.2 Discusión

Con el propósito de describir la enseñanza de la matemática desde el enfoque didáctico de la educación matemática realista basado en la filosofía de Hans Freudenthal se analizó los efectos positivos de la enseñanza de la Educación Matemática Realista en el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del nivel secundaria.

Al evaluar los principios de esta corriente pedagógica se infiere que la enseñanza de la matemática debe estar conectada con la realidad, permaneciendo cercana a los estudiantes, teniendo como premisa que la matemática se aprende haciendo y a su vez matematizando progresivamente los aprendizajes hasta lograr el modelo didáctico con el apoyo mediador del docente dentro de un contexto real.

Estos resultados se corroboran por los obtenidos por Hernández, J. (2022), quien al investigar encontró similitudes en los conceptos analíticos de la EMR: El estudiante inicia el proceso de reflexión y análisis (matematización vertical) a través de la exploración, reflexión y generalización sobre los modelos que surgieron previamente.

Similares resultados obtenemos por lo expuesto por Rodríguez – Martín, B. (2021), en cuyo estudio complementó el trabajo Realizó el estudio “Matemáticas en el patio. Y la utilización de estrategias didácticas obtenidas mediante el juego, permitiendo de esta manera la motivación y la participación de manera natural y libre. Hacer matemática fuera de las aulas reporta múltiples beneficios en el aprendizaje de los estudiantes, encontrando en ellos la libertad el contacto con el entorno natural.

La aplicación de la EMR abarca distintos niveles de educación, tal como lo demuestra Salgado, M. (2016), en su estudio “La práctica docente en educación infantil desde el enfoque de la educación matemática realista y los procesos matemáticos” Se incluyó un estudio sobre metodologías activas de enseñanza-aprendizaje en los que hemos destacado el Trabajo por Proyectos y el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) desde el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR).

El contexto real y/o significativo es uno de los principios a la realidad a la que se refiere Freudenthal; teniendo como base este principio, Blasco, A. (2022), relaciona las matemáticas con la vida cotidiana” y cuyo principal objetivo de este Trabajo fue en acercar las matemáticas a los estudiantes de Educación Primaria descubriéndolas en el día a día de nuestro entorno.

La EMR, ha encontrado una opción real que resuelve problemas matemáticos de toda índole, tal es así que Henao S. y Vanegas J. (2018) en el estudio realizado “La modelación

matemática en la educación matemática realista: un ejemplo a través de la producción de modelos cuadráticos” y Cano, L. (2016) en el estudio “Enseñanza de sucesiones mediante el método didáctico realista en el cuarto grado de educación secundaria”. Aplican los principios matemáticos ideados por Freudenthal.

En tal sentido, bajo lo referido anteriormente y al analizar estos resultados, confirmamos que la EMR de Freudenthal sienta bases sólidas en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles perdurando a través del tiempo y avizorándose a la vez como el derrotero para afianzar el pensamiento crítico y reflexivo de nuestros estudiantes.

V. CONCLUSIONES TEÓRICAS

Una idea central, sino la más importante de la EMR, es que la enseñanza de la matemática debe estar conectada con la realidad, permanecer cercana a los estudiantes y ser relevante para la sociedad en orden a constituirse en un valor humano.

Las tareas matemáticas en contextos reales deben estar complementados con el razonamiento posterior a la solución, para que de esta manera se encuentre un verdadero sentido al contexto realista.

Uno aprende matemática haciéndola. Los estudiantes primero deberían conocer qué están haciendo y lo que es aún más importante, deberían tener la oportunidad de pensar sobre lo que ellos y sus pares han hecho. Esto es la reflexión en el proceso de aprendizaje.

En la matematización progresiva el enfoque de la educación matemática realista juega un papel importante en el aprendizaje los estudiantes, pasando por distintos niveles de comprensión, identificados por distintos tipos de actividades mentales y lingüísticas. Vale decir: el nivel situacional, referencial, general y formal.

Dentro de este enfoque de EMR, el docente hace el papel de mediador bien definido entre los estudiantes y las situaciones problemáticas planteadas, a su vez, entre los estudiantes entre sí, como también, entre las producciones informales de los estudiantes y las herramientas formales ya institucionalizadas de la matemática como disciplina.

El aprendizaje de la matemática es considerado como una actividad social donde la reflexión colectiva lleva a niveles de comprensión más altos.

La EMR es una teoría de la educación matemática que permite aumentar y consolidar las categorías de matematización de los participantes, generando conocimiento formal a partir de resolución de problemas contextualizados.

VI. RECOMENDACIONES

El estudio de investigación realizado pretende que se aplique en las instituciones educativas de EBR, tomando en consideración los resultados obtenidos y de esta manera contribuir con la mejora en los aprendizajes basado en el desarrollo del pensamiento crítico, reflexivo.

Propender en el desarrollo de talleres, charlas, eventos científicos, congresos y encuentros de investigadores, involucrando a los participantes activos desarrollando temas de educación matemática realista.

La corriente EBR pretende que las futuras generaciones en educación en todos los niveles desarrollen mediante las asignaturas situaciones basados en contextos reales que les permita crear nuevas formas de pensamiento. La matematización debe estar presentes en el desarrollo de las asignaturas enfocados con métodos prácticos, que requiere en si el aprendizaje de las matemáticas.

El estudio pretende que todos los docentes conozcan el enfoque realista de las matemáticas para que pueda transmitir sus experiencias en su labor educativa. El docente al realizar estas acciones, estarán desarrollando diferentes tipos de pensamiento que el estudiante necesita para su aprendizaje: el pensamiento crítico, pensamiento reflexivo, pensamiento sistémico, pensamiento complejo muy necesarios para la adquisición de la abstracción de pensamiento.

Se recomienda a los docentes que evalúen a sus estudiantes de manera formativa principalmente, tomando en consideración sus estilos y ritmos de aprendizaje desarrollados en contextos de la vida real y creando situaciones diversas de contexto diseñando e implementando una variedad de estrategias e instrumentos de evaluación que tengan en mente las diferencias individuales de sus estudiantes.

Este trabajo de investigación pretende calar en las nuevas formas de enseñanza en el ámbito educativo, mediante los futuros docentes investigadores, que encontrarán temas conexos a la matemática real, muy poco difundido en nuestra región académica.

VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, A. (2009). *El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado*. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp.119-127). Santander: SEIEM.
- Alsina, A. (2020). *El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula?* *TANGRAM - Revista de Educação Matemática*, 3(2), Art. 2. <https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>.
- Alsina, Á. (2018). *Seis lecciones de educación matemática en tiempos de cambio: itinerarios didácticos para aprender más y mejor*. *Padres y Maestros*, 376, 13-20. Alsina, Á. (2019b). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Barcelona: Editorial Graó.
- Araya, P., Giaconi, V. y Martínez, M. (2019). *Pensamiento matemático creativo en aulas de enseñanza primaria: entornos didácticos que posibilitan su desarrollo*. *Calidad en la Educación*, 50, 319-356. <https://doi.org/10.31619/caledu.n50.717>
- Batanero, C., Burrill, G. y Reading, C. (Eds.) (2011). *Teaching Statistics in School Mathematics Challenges for Teaching and Teacher Education*. A Joint ICMI/IASE Study. New York: Springer Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H.
- Batanero, C., Contreras, J. M., Fernandes, J. A., & Ojeda, M. M. (2010). *Paradoxical games as a didactic tool to train teachers in probability*
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. B. (Eds.). (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3-16). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer academic publishers

- Bonotto, C. (2010). *Realistic mathematical modeling and problem posing*. In *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 399-408). Springer, Boston, MA
- Botella Nicolás, A. M., & Ramos, P. (2019). *Investigación-acción y aprendizaje basado en proyectos. Una revisión bibliográfica*. *Perfiles educativos*, 41(163), 127-14.
- Bressan, A., Zolkower, B. y Gallego, F. (2004). *La educación matemática realista. Principios en que se sustenta*. *Escuela de invierno en Didáctica de la Matemática*. Editorial Libros del Zorzal.
- Bressan, A., Zolkower, B. y Gallego, F. (2004). *Los principios de la educación matemática realista*. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*, 69-98.
- Brown, B., y Casado, M. (1970). *La Técnica Delfos: Metodología usada para obtener la opinión de los expertos*. *Revista española de la opinión pública*, (21), 217-226.
- Carreño Patiño, L. M., Vergara García, R., & Sevillano Zafra, Y. (2017). *Efecto de una estrategia metodológica de resolución de problemas para el desarrollo del pensamiento aleatorio-sistema de datos y procesos metacognitivos* (Master's thesis, Universidad del Norte).
- Cruz, M. (2009). *El método Delphi en las investigaciones educacionales*. Editorial Academia.
- Castro, P. y Gómez, P. (2021). *Educación Matemática en países hispanohablantes: evolución de su documentación de acceso abierto*. *PNA Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 15, 69-92. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i2.16155>.
- Caicedo, S.A. y Calderón, M.A. (2020). *Diseño y validación de un instrumento observacional para la valoración de acciones tácticas ofensivas en fútbol – vatóf*. *Revista Retos*, 38, 306-311.

- Cisternas, C. y Droguett, Z. (2014). *La relación entre lenguaje, desarrollo y aprendizaje desde la teoría sociohistórica de Vygotsky. Trabajo de investigación.*
<https://www.academica.org/ccisternascasabonne/3.pdf>
- Consejo Nacional de Educación (2006). *Proyecto Educativo Nacional al 2021: La educación que queremos para el Perú.* <https://siteal.iiep.unesco.org/bdnp/3876/proyecto-educativo-nacional-al-2021-educacion-queremos-Peru>
- Consejo Nacional de Educación (2020). *Proyecto Educativo Nacional - PEN 2036. El reto de la ciudadanía plena*
<https://www.gob.pe/institucion/cne/informespublicaciones/1942002-proyecto-educativo-nacional-al-2036>
- Contreras, J. M. (2013). *El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria.* UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 35, 75-91.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics.* Oxford University Press
<https://efaidnbmnnnibpcajpcgclefindmkaj/http://cognitionandculture.net/wpcontent/uploads/the-number-sense-how-the-mind-creates-mathematics.pdf>.
- Duval, R. (13-15 de febrero de 2012). *Preguntas y desafíos de la enseñanza de las matemáticas para todos: implicaciones para la investigación en didáctica.* [Discurso principal]. Conferencia en VI Coloquio Internacional Enseñanza de las Matemáticas. Didáctica de las matemáticas: Avances y desafíos actuales, Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú.
https://irem.pucp.edu.pe/wpcontent/uploads/2017/05/Resumen_coloquio_2012-VI-Coloquio-InternacionalEnse%C3%B1anza-de-las-Matem%C3%A1ticas.pdf
- Ellemor-Collins, D., & Wright, R. (2009). *Structuring numbers 1 to 20: developing facile addition and subtraction.* *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 50–75. <https://doi.org/10.1007/BF03217545>.

- Escobar-Pérez, J., Herrera Rojas, A. N., & Gea Serrano, M. M. (2019). *identificación de precurrentes para el pensamiento estadístico y probabilístico en niños de primaria a través del mapeo conceptual-*
- Estrada, A., & Batanero, C. (2019). *Prospective primary school teachers' attitudes towards probability and its teaching. International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(1), em0559
- Gravemeijer, K. P. E., & Terwel, J. (2000). *Hans Freudenthal, un matemático en didáctica y teoría curricular. Journal of Curriculum Studies*, 32(6), 777-796.
- Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). *Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. Educational Studies in Mathematics*, 39(1), 111–129.
- Hernández, Y. C., Díaz, M. H., & Pérez, M. Á. *Los proyectos investigativos en el bachillerato: una alternativa para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística.*
- Huamán, H., Ledesma, S. y Martínez, C. (2018). *Aplicación de los principios de la matemática realista para mejorar el aprendizaje de la resolución de problemas geométricos en los estudiantes del tercer grado "E" de la I.E. "2060 Virgen de Guadalupe" IV zona de Collique.* [Tesis de licenciatura, Universidad de Ciencias y Humanidades].
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task en Educación Matemática Realista, Bases Teóricas.* Publicación del GPDM.

- Freudenthal, H. (1977). *Desembramiento y siembra: Prefacio a una ciencia de la educación matemática*. Springer Science & Business Media Gómez, E., Ortiz, J. J., Batanero, C., &
- Isaza Cardona, C. A. (2020). *Los contextos inmediato, situacional y sociocultural en el aprendizaje de la probabilidad* Julie, H. (2018, September). Developing LTBI for addition and multiplication rules in probability theory with realistic mathematics education. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1088, No. 1, p. 012044). IOP Publishing.
- Kursat, Leyla & Judith Degen. 2020. *Probability and processing speed of scalar inferences is contextdependent*. In *Stephanie Denison, Michael Mack, Yang Xu & Blair C. Armstrong* (eds.), *Proceedings of the 42nd Annual Conference of the Cognitive Science Society*, 1236–1242. Cognitive Science Society
- Kwon, O. N. (2002). *Conceptualizing the Realistic Mathematics Education Approach in the Teaching and Learning of Ordinary Differential Equations*.
- Luká, S., & Gavala, T. (2019). *Entorno de aprendizaje interactivo que apoya la visualización en la enseñanza de la probabilidad*. *Revista Internacional de Tecnologías de la Información y la Comunicación en Educación*, 8(1), 48-60.
- Madsen, R. W. (1995). *Secondary students' concepts of probability*. *Teaching statistics*, 17(3), 90-92.
- Maier, P.H., Häring, G., Lippmann, F./ Neissl, U. (2022). *Mimate 1 Matemáticas para Todos, Primaria*. De la versión original: *Ernst Klett Grundschulverlag GmbH*. De la versión actualizada, adaptada y editada Instituto Apoyo.
- Márquez-Mosquera, V. A., & Olea-Isaza, I. C.(2020). *Las Actividades Orientadoras de Enseñanza como estrategia para enseñar la probabilidad en primaria: reflexiones de los maestros*. *Trilogía Ciencia Tecnología Sociedad*, 12(22), 151-171.

- Memnun, D. S., Ozbilen, O., & Dinc, E. (2019). *A Qualitative Research on the Difficulties and Failures about Probability Concepts of High School Students*. *Journal of Educational Issues*, 5(1), 1-19.
- Morales Giraldo, S. M. (2018). *Enseñanza de la probabilidad simple y probabilidad condicional a través de situaciones problema* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín).
- Méndez-Parra, C., Conde-Carmona, R. J., & Padilla Escorcía, I. A. (2022). *Caracterización del aprendizaje de la probabilidad en un entorno rural con la Educación Matemática Realista*. 24, 1-23.
- Ministerio de Educación del Perú MINEDU (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-laeducacion-basica.pdf>.
- Ministerio de Educación del Perú (MINEDU). (2016). *Programa curricular de Educación Primaria*. <https://mineduperu.org/programa-curricular-de-educacion-primaria/>
- Ministerio de Educación del Perú (MINEDU). (2019). *¿Qué aprendizajes logran nuestros estudiantes?* <http://umc.minedu.gob.pe/wpcontent/uploads/2020/06/Reporte-Nacional-2019.pdf>.
- Monsalve-López, D. L. (2022). *Procesos de Matematización que Emergen de los Estudiantes en la Solución de Tareas Matemáticas en Contextos Realistas*.
- New York: Cambridge University Press Valero, P. (2002). *Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia*. *Cuadrante*, 11(1), 49-59.
- Okan, K. U. Z. U., & ARICAN, M. (2020). *Investigating Preservice Middle School Mathematics Teachers' Competencies in Statistics and Probability in Terms of Various Variables*. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme ve Değerlendirme Dergisi*, 11(1), 13-26.

- Palinussa, A., Molle, J., & Gasperz, M. (2017, November). *Development Mathematics Education of RuRal Context. In Proceeding International Seminar on Education* (Vol. 1).
- Pérez Roa, A., & Vásquez Olave, N. (2016). *Educación matemática realista: un enfoque para desarrollar habilidades de matematización con alumnos de secundaria* (Doctoral dissertation, Universidad de Concepción).
- Revina, S., & Leung, F. K. S. (2019). *How the same flowers grow in different Soils? The implementation of realistic mathematics education in Utrecht and Jakarta classrooms. International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(3), 565-589.
- Sampieri, R. (2014). *Metodología de la Investigación. 6ta Edición MrGraw-Hill* Sepriyanti, N., & Putri, E. M. (2018). Mathematics Learning Devices Development based on Realistic Mathematics Education on Probability. *Al-Ta lim Journal*, 25(1), 87-96.
- Sugilar, H., Rachmawati, T. K., & Nuraida, I. (2019). *Integrasi interkoneksi matematika agama dan budaya. Jurnal Analisa*, 5(2), 189-198.
- Revilla, D. (2020). *El método de investigación documental. En A. Sánchez (coord.), D. Revilla, M. Alayza, L. Sime, L. Mendivil y R. Tafur. Los métodos de investigación para la elaboración de las tesis de maestría en educación* (pp. 7- 22). Maestría Educación. Escuela de Posgrado PUCP. <http://blog.pucp.edu.pe/blog/maestriaeducacion/2020/07/23/los-metodos-de-investigacion-para-la-elaboracion-de-las-tesis-de-maestria-en-educacion/>
- Ortiz, P. (2017) *Psicobiología social Tomo III, UCH* Fondo Editorial Padberg, F./Benz, C. (2011) *Didaktik der Arithmetik für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung* Spektrum Akademischer Verlag.

- Parra, S.H. (2013). *Claves para la contextualización de la matemática en la acción docente*. *Omnia*, 19 (3), 74-85. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=73730059007>
- Rodríguez-Martín, B. (2021). *Matemáticas en el patio. ¿Qué repercusiones didácticas tiene contextualizar situaciones-problema matemáticas en juegos propios de la educación física, para el desarrollo de la competencia matemática?*
- Sánchez, E. (2017). Topic Study Group No. 14: *Teaching Learning of Probability*. In *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 439-442).
- Trelles-Zambrano, C., Toalongo, X., Alsina, Á., & Gonzáles, N. (2019). *La modelización matemática a través de las actividades generadoras de modelos: Una propuesta para el aula de secundaria*. *Sociedad Andaluza de Educación Matemática «Thales»*, 102, 43-59.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1982). *Evidential impact of base rates*. In D. Kahneman, P. Slovic, & A. Tversky (Eds.), *Judgment under uncertainty: heuristics and biases* (pp. 153±160).
- UNESCO (2019). *Proclamación de un día internacional de las matemáticas*. [Conferencia UNESCO. Conferencia General, 40th, 2019] https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000370304_spa?posInSet=1&queryId=N-EXPLORE-49df258a-dc1f-4a02-8866-e1d66dee153d
- Vargas Esquivel, R. L. (2019). *Educación Matemática Realista En El Desarrollo De Las Competencias Matemáticas En Estudiantes De I Ciclo De La Carrera Profesional De Educación Inicial, Trujillo 2017*. Universidad Cesar Vallejo. <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/31110>
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003) *The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage*. *Educational*

Studies in Mathematics, 9–35.

https://scholar.google.nl/citations?view_op=view_citation&hl=en&user=hy0Iz2QAAAAJ&citation_for_view=hy0Iz2QAAAAJ:u5HHmVD_uO8C.

Vásquez, M. (2010) *Efecto del programa -Matemática para Todos- en el logro de aprendizajes en matemática de alumnos de primaria - Ventanilla* [Tesis Maestría en Educación en la Mención Problemas de Aprendizaje, Universidad San Ignacio de Loyola] <https://repositorio.usil.edu.pe/items/07f5630d-163a-4623-991f-6d39dee4673a> Wahyudi,

Mr & Joharman, Mr & Ngatman, Mr. (2017). *The Development of Realistic Mathematics Education (RME) for Primary Schools' Prospective Teachers*. 10.2991/iccte-17.2017.83. <https://dx.doi.org/10.2991/iccte-17.2017.83>.

Vásquez Ortiz, C., & Alsina, Á. (2017). *Aproximación al conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad desde el modelo del conocimiento didáctico- matemático*. *Educación matemática*, 29(3), 79-108.

Zamora, L., & Díaz, J. (2019). *Empleo del paquete Exp Rep para repetición de ensayos de Bernoulli en la enseñanza de las probabilidades*. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 19(1).

ANEXOS

Anexo 1:

Informe de originalidad (Turnitin).

Loyola Malqui

INFORME DE ORIGINALIDAD

18%

INDICE DE SIMILITUD

19%

FUENTES DE INTERNET

3%

PUBLICACIONES

6%

TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	www.researchgate.net Fuente de Internet	5%
2	repositorio.udec.cl Fuente de Internet	3%
3	uvadoc.uva.es Fuente de Internet	2%
4	repository.pedagogica.edu.co Fuente de Internet	2%
5	bibliotecadigital.udea.edu.co Fuente de Internet	2%
6	repositorio.uct.edu.pe Fuente de Internet	2%
7	www.dspace.unitru.edu.pe Fuente de Internet	1%
8	documents.mx Fuente de Internet	1%
9	colegios.ceu.es Fuente de Internet	1%